

УДК 519.23.25, 519.711.3

## Анализ корреляционных связей в российской банковской системе при адаптации к экономическому кризису 2007–2008 гг.

**Алевтина Н. Красненко\***

Институт математики,  
Сибирский федеральный университет,  
Свободный, 79, Красноярск, 660041,  
Россия

**Елена В. Покидышева†**

Красноярский государственный торгово-экономический институт,  
Прушинской, 2, Красноярск, 660075,  
Россия

**Ксения Ю. Веретнова‡**

Институт математики,  
Сибирский федеральный университет,  
Свободный, 79, Красноярск, 660041,  
Россия

**Татьяна А. Тюкина§**

Department of Mathematics,  
University of Leicester,  
University Road, Leicester, LE1 7RH  
United Kingdom

---

Получена 18.05.2010, окончательный вариант 25.07.2010, принята к печати 10.08.2010

*Мы изучаем динамику развития российской банковской системы в период 2007-2009 гг., используя метод корреляционной адаптометрии. Результаты следующие:*

*1. Анализ данных доказывает, что динамика корреляций может служить индикатором экономического кризиса и в данной области тоже.*

*2. Развитие кризиса в российской банковской системе соответствует основным мировым тенденциям.*

*Ключевые слова: корреляции, адаптация, эффект группового стресса.*

---

## Введение: метод корреляционной адаптометрии

В настоящее время в период разразившегося мирового финансового кризиса многие ученые-экономисты исследуют причины его возникновения, а главное возможные пути выхода из сложившейся ситуации. Эти исследования основываются на изучении состояния банковской системы, динамики различных экономических показателей всех отраслей экономики и др.

---

\*krasnenko\_alya@mail.ru

†lenka-p@yandex.ru

‡veretnova141189@mail.ru

§tt51@leicester.ac.uk

Рядом зарубежных исследователей было отмечено, что в экономике динамика корреляций является важным показателем: при анализе данных для рынков ценных бумаг семи главных стран за период 1960–1990 гг. [1], для двенадцати крупнейших Европейских рынков ценных бумаг после краха международного рынка ценных бумаг в 1987 г. [2], и для тридцати компаний от Deutsche Aktienindex (DAX) в период 1988–1999 гг. [3]. Анализ корреляций очень важен для оптимизации портфеля, и увеличение корреляций в кризисе уменьшает возможность риска расхождения ([4], гл. 12, 13). В 1999 г. было предложено [5] использовать расстояние  $d_{ij} = \sqrt{2(1 - p_{ij})}$ , где  $p_{ij}$  — коэффициент корреляции, для анализа иерархической структуры рынка. Этот подход демонстрировался на ценных бумагах с использованием вычислений индекса Доу-Джонса и на портфеле ценных бумаг с вычислением индекса S&P 500. Корреляционный анализ в дальнейшем был разработан и применялся (вместе с большинством анализов стандартных корреляций) для анализа причины кризиса Черного понедельника (19 октября 1987 г.) [6]. В этом исследовании участвовали сотни компаний.

В данном исследовании проводится анализ динамики развития банковской системы РФ в периоды кризиса с помощью метода корреляционной адаптометрии. Метод основан на проявлении эффекта группового стресса, который был открыт в 1987 г. [7, 8]. Долгое время этот метод применялся для анализа живых систем и объектов [7–9]. Главными инструментами метода корреляционной адаптометрии являются корреляции и дисперсии данных, анализ которых позволяет диагностировать состояние системы объектов в целом [10, 11].

Все эти исследования доказали, что значения корреляций увеличиваются перед кризисом. Большинство данных, собранных и проанализированных данным методом, поддерживают предложенную методом гипотезу.

Суть эффекта, лежащего в основе метода корреляционной адаптометрии, заключается в том, что в случае нахождения системы объектов под давлением неблагоприятных факторов она начинает испытывать напряжение, приближаясь к кризису. При этом оказывается, что взаимосвязь между данными увеличивается одновременно с увеличением дисперсии [10, 11]. После того как кризис достигает своего пика, система может развиваться в двух направлениях:

- 1) либо адаптируется к новым условиям и уже функционирует на более высоком уровне адаптации, при этом наблюдается уменьшение корреляций и дисперсии данных;
- 2) либо не может приспособиться к отрицательному воздействию давящего фактора и переходит в стадию дезадаптации, близкую к разрушению системы (отмечается уменьшение корреляций, однако дисперсия продолжает расти).

Основная цель нашего исследования — проверка применимости метода корреляционной адаптометрии не к живым системам, а к экономическим объектам.

## 1. Проблема инвариантности по отношению к выбору системы координат

Важным свойством метода корреляционной адаптометрии является тот факт, что наблюдаемый эффект зависит от выбора системы координат. Индикаторы уровня скоррелированности данных неинвариантны относительно преобразования координат. Так, например, в пространстве главных компонент коэффициенты корреляции между параметрами объектов зануляются, поэтому увидеть проявление эффекта невозможно. Тем не менее многие исследователи наблюдают эффект без особого подбора системы координат. Что это значит? Можно предположить, что эффект может быть настолько сильным, что почти невероятно произвольным образом выбрать систему координат, где эффект исчезнет. Докажем это.

Пусть имеем набор из  $N$  точек  $\vec{X}_k$ ,  $k = \overline{1, N}$ . Каждая точка  $\vec{X}_k$  характеризуется набором значений параметров,  $x_{ki}$  — значение  $i$ -го параметра  $k$ -й точки,  $i = \overline{1, n}$ .

Рассмотрим простейший случай однофакторной модели. Пусть на все объекты  $\vec{X}_k$  действует нагрузка некоторого лимитирующего фактора, тогда имеем преобразование  $\vec{X}_k \rightarrow \vec{Y}_k$ ,  $k = \overline{1, N}$ , где  $\vec{Y}_k$  — новое положение точек  $\vec{X}_k$ , которое представляем в виде

$$\vec{Y}_k = \vec{X}_k + Af(\vec{X}_k)\vec{l}, \quad (1)$$

где  $A$  — некоторая константа, характеризующая интенсивность давящего фактора,  $f(\vec{X}_k)$  — реакция  $k$ -го объекта на данный фактор,  $\vec{l} \in \mathbb{R}^n$  — некоторый вектор,  $\|\vec{l}\| = 1$ . Подсчитаем коэффициент корреляции Пирсона между параметрами  $i$  и  $j$  для точек в новом положении:

$$r(y_{ki}, y_{kj}) = \frac{E(y_{ki}y_{kj}) - E(y_{ki})E(y_{kj})}{\sigma_{y_{ki}}\sigma_{y_{kj}}} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{ki}y_{kj} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{ki} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{kj}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{ki}^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{ki}\right)^2} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{kj}^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{kj}\right)^2}}. \quad (2)$$

Преобразуем (2) с учетом (1), разделив каждое слагаемое в (2) на  $A^2$ , получаем следующее выражение коэффициента корреляции (предполагаем, что изначально данные центрированы, т.е.  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{ki} = 0$  для  $i = \overline{1, n}$ ):

$$r(y_{ki}, y_{kj}) = \frac{\frac{1}{A^2 N} \sum_{k=1}^N x_{ki}x_{kj} + \frac{l_i}{AN} \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)x_{kj} + \frac{l_j}{AN} \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)x_{ki} + \frac{l_i l_j C}{N} - \frac{B^2 l_i l_j}{N^2}}{\sqrt{\frac{1}{A^2 N} \sum_{k=1}^N x_{ki}^2 + \frac{2l_i}{AN} \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)x_{ki} + \frac{l_i^2 C}{N} - \frac{B^2 l_i^2}{N^2}} \sqrt{\frac{1}{A^2 N} \sum_{k=1}^N x_{kj}^2 + \frac{2l_j}{AN} \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)x_{kj} + \frac{l_j^2 C}{N} - \frac{B^2 l_j^2}{N^2}}}, \quad (3)$$

где  $C = \sum_{k=1}^N (f(\vec{X}_k))^2$ ,  $B = \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)$ .

В выражении (3) при  $A \rightarrow \infty$  функции  $r(y_{ki}, y_{kj}) \rightarrow \frac{l_i l_j (\frac{C}{N} - \frac{B^2}{N^2})}{|l_i l_j (\frac{C}{N} - \frac{B^2}{N^2})|} = \pm 1$ , если  $l_i \neq 0$  и  $l_j \neq 0$ .

Таким образом, доказано, что при увеличении нагрузки давящего фактора ( $A \rightarrow \infty$ ) корреляции между параметрами объектов растут по модулю до 1.

Для того чтобы члены

$$\frac{\frac{l_i}{AN} \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)x_{kj} + \frac{l_j}{AN} \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)x_{ki}}{\sqrt{\frac{2l_i}{AN} \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)x_{ki}} \sqrt{\frac{2l_j}{AN} \sum_{k=1}^N f(\vec{X}_k)x_{kj}}}$$

в выражении (3) вносили существенный вклад в коэффициент корреляции  $r(y_{ki}, y_{kj})$ , необходимо, чтобы, например,  $l_i$  было порядка  $\frac{1}{A}$  ( $l_i \sim \frac{1}{A}$ ). Однако при больших  $A$  вероятность

случайным образом выбрать такие  $l_i$  очень мала. Поэтому при  $A \rightarrow \infty$  вероятность того, что коэффициент корреляции будет значительно отличаться от  $\pm 1$ , также очень мала.

Итак, доказано: вероятность выбрать такую систему координат, где эффект группового стресса исчезнет, крайне мала. Но с другой стороны, выбор показателей объектов не может быть случайным, отбор системы признаков, по которым исследователь будет анализировать напряженность системы, должен определяться исходя из здравого смысла, понимания предметной области.

## 2. Материалы для исследования

Для исследования были взяты следующие показатели из отчета о прибылях и убытках для каждого из 23 коммерческих банков с 2005 по 2009 гг.:

1. Проценты, полученные по предоставленным кредитам (срочным) физическим лицам;
2. Проценты, полученные по предоставленным кредитам (срочным) юридическим лицам-нерезидентам;
3. Проценты, полученные по предоставленным кредитам (срочным) физическим лицам-нерезидентам;
4. Проценты, полученные по предоставленным кредитам (срочным) кредитным организациям;
5. Доходы, полученные от операций с ценными бумагами;
6. Доходы, полученные от операций с иностранной валютой, чеками;
7. Штрафы, пени, неустойки полученные;
8. Другие доходы;
9. Проценты, уплаченные за привлеченные кредиты;
10. Проценты, уплаченные юридическим лицам по привлеченным средствам;
11. Проценты, уплаченные физическим лицам;
12. Расходы по операциям с ценными бумагами;
13. Расходы по операциям с иностранной валютой, чеками;
14. Расходы на содержание аппарата;
15. Штрафы, пени, неустойки уплаченные.

Данные были взяты на официальном сайте Центрального Банка РФ ([www.cbr.ru](http://www.cbr.ru)) и сгруппированы в таблицы вида "объект-признак" (строки-банки, столбцы-признаки). Получилось 20 таблиц, каждая соответствует отдельному кварталу выбранного периода.

## 3. Результаты анализа

Для каждой из полученных таблиц была построена корреляционная матрица, характеризующая зависимость между банками, а также подсчитан вес корреляционного графа  $G$  и дисперсия банков  $D$  по формулам:  $G = \sum_{j < i, |r_{ij}| > 0.5} |r_{ij}|$ , где  $r_{ij}$  — коэффициент корреляции Пирсона между  $i$ - и  $j$ -м банком:  $r_{ij} = \frac{E(X_i X_j) - E(X_i)E(X_j)}{\sigma_i \sigma_j}$ ,  $D = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - E(X))^2$ , где  $X_i$  — вектор признаков  $i$ -го банка,  $\sigma_i$  — среднеквадратичное отклонение  $i$ -го банка,  $m$  — количество точек облака,  $E(X)$  — вектор математического ожидания признаков:  $E(X) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i$ .

Были построены графики функции  $G = G(t)$ ,  $D = D(t)$ , где  $t$  — номер квартала (рис. 1).

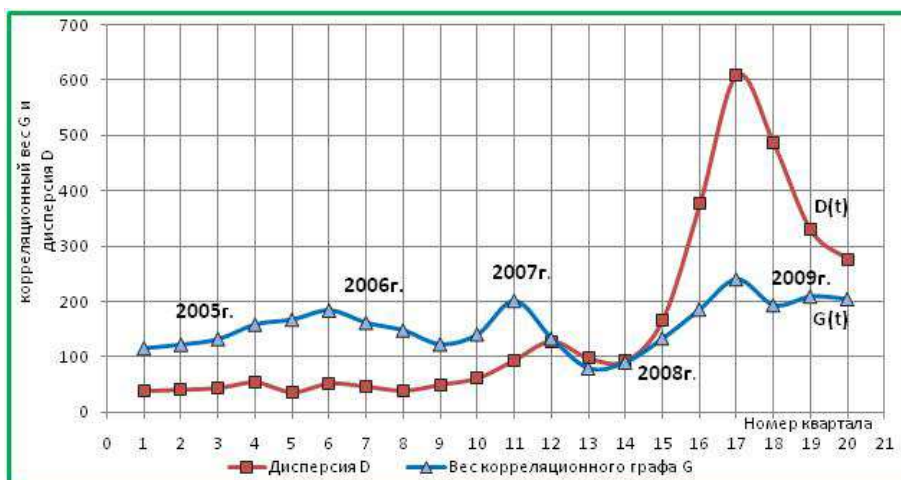


Рис. 1. График динамики веса корреляционного графа  $G$  и дисперсии  $D$  в период 2005–2009 гг.

На рисунке выделяются периоды, соответствующие кризисам 2007 и 2008 гг., когда увеличиваются одновременно корреляции и дисперсии данных. Считаем необходимым рассмотреть отмеченные периоды для интерпретации поведения банковской системы во время экономического кризиса (2007–2009 гг.).

Из графика видно, что, начиная с I квартала 2007 г. по III квартал этого же года, значение веса корреляционного графа  $G$  и дисперсии  $D$  растет. Можно предположить, что система испытывает все большее и большее напряжение, банковская система находится в состоянии "стресса", пытается адаптироваться к неблагоприятным внешним воздействиям. Достигая пика напряжения в III квартале 2007 г., на интервале III–IV кварталов этого же года вес корреляционного графа  $G$  уменьшается, а дисперсия  $D$  по-прежнему интенсивно растет. Исходя из метода корреляционной адаптометрии, можно заключить, что это тревожные симптомы, которые говорят о том, что система перешла в третью стадию дезадаптации.

При сопоставлении экономической ситуации в мире с полученными данными оказалось, что метод достаточно точно описал состояние системы. Так, например, в первых трех кварталах 2007 г. в российской банковской системе складывается проблемная ситуация с получением дешевого внешнего финансирования. Начинает нарастать напряженность с финансированием банками реального сектора экономики.

Поэтому коммерческие банки начинают активно привлекать денежные средства населения и юридических лиц во вклады и депозиты. В конце 2007 г. Центральный Банк для предотвращения кризиса в российской банковской системе практически одновременно понижает ставку обязательного резервирования и сокращает количество обращаемых на рынке своих облигаций. Все эти меры благотворно влияют на экономическую ситуацию в целом. На рис. 1 наблюдается снижение веса корреляционного графа и дисперсии данных в IV квартале 2007 г.— I квартале 2008 г., что свидетельствует о некотором улучшении экономической обстановки в банковской системе, которая нашла в себе ресурсы для адаптации.

Одновременный рост корреляций и дисперсии наблюдается и в период со II квартала 2008 г. по I квартал 2009 г., когда разразился мировой финансовый кризис, повлекший за собой экономический кризис в России. На рис. 1 видно, что пик кризиса (пик напряженности в банковской системе) приходится на I квартал 2009 г., что соответствует действительности.

В качестве поддержки банковской системы, начиная с сентября 2008 г., Правительство

РФ активно размещает денежные средства бюджета на депозитах в коммерческих банках. Одновременно Центральный Банк России резко снижает ставку обязательного резервирования (с 5 до 0,5 %) и принимает меры по увеличению объемов предоставляемой кредитным организациям рублевой ликвидности. В частности, в октябре 2008 г. система инструментов Банка России была дополнена кредитами без обеспечения, в IV квартале сроки рефинансирования по отдельным операциям были увеличены, а доступ к ним был расширен за счет снижения требований к контрагентам и принимаемому обеспечению. Все это привело к определенной стабилизации в экономике во II квартале 2009 г., что и отразилось на графиках уменьшением веса корреляционного графа и дисперсии данных.

Динамика веса корреляционного графа  $G$  и дисперсии  $D$  также позволяет оценить нынешнюю тенденцию развития банковской системы РФ как улучшение экономической обстановки, постепенно банки адаптируются к сложившимся отрицательным внешним факторам. Действительно, в настоящее время российские банки возобновили выдачу кредитов, что является главным источником прибыли кредитных организаций.

Полученные графики функций  $G(t)$  и  $D(t)$  были сопоставлены с динамикой среднеквартальных значений индексов российских фондовых бирж: РТС и ММВБ (рис. 2).

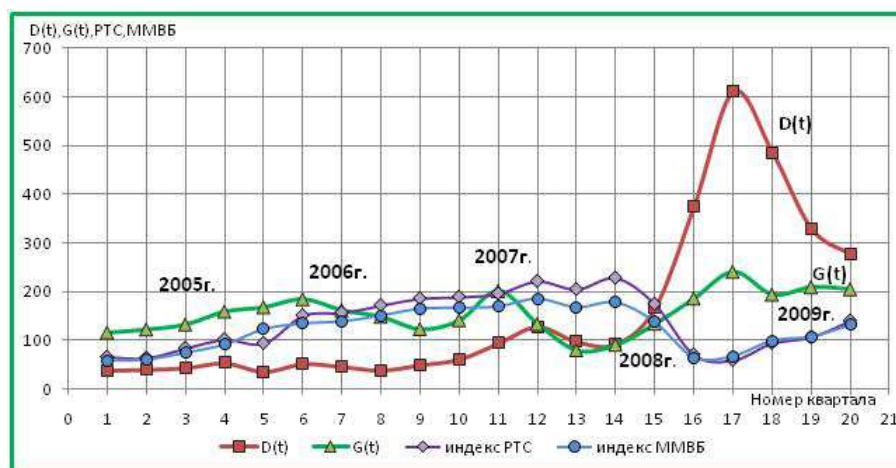


Рис. 2. Динамика индексов РТС и ММВБ, динамика веса корреляционного графа и дисперсии данных в 2005–2009 гг.

Во время кризиса (2008 г.) произошел обвал на рынке ценных бумаг (стоимость обращающихся на рынке ценных бумаг резко уменьшилась, значение индексов РТС и ММВБ упало). В этот же период наблюдается рост корреляций и дисперсии между банками (нарастание напряжения в банковской системе). И наоборот, когда банковская система начинает адаптироваться к неблагоприятным воздействиям, снижению веса корреляционного графа  $G$  соответствует рост индексов РТС и ММВБ (в 2009 г. стоимость активов выросла в среднем в 2–3 раза по сравнению с концом 2008 г.).

Интересно также посмотреть, как меняется отраслевой индекс РТС финансов —  $RTS_{fn}$  (в расчет индекса берутся значения цен акций коммерческих банков).

На рис. 3 можно отметить, что в пики кризисов 2007 г. (III квартал) и 2008 г. (I квартал 2009 г.) росту (падению) веса корреляционного графа и дисперсии соответствует падение (рост) биржевого индекса.

Сопоставление курсов валют (евро/руб. и доллар/руб., рис. 4) также показывает максимальные значения в I квартал 2009 г. (номер квартала 17).

Дальнейший анализ графиков позволяет говорить об оздоровлении экономики.



Рис. 3. Динамика отраслевого индекса RTSfn, веса корреляционного графа и дисперсии данных в 2005–2009 гг.

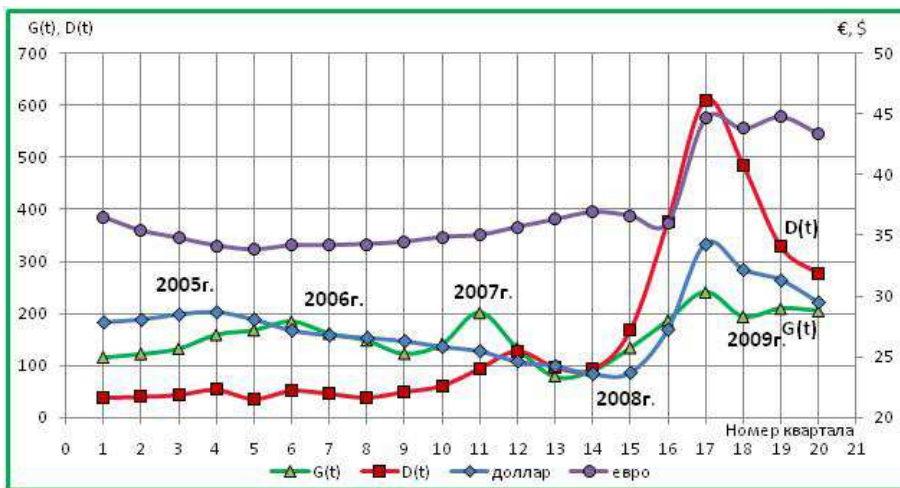


Рис. 4. Среднеквартальные значения курса доллара США и евро в 2005-2009 гг.

Представленные графики отражают реальную ситуацию в экономике того периода.

#### 4. Российский кризис на фоне мирового финансового кризиса

В процессе исследования было принято решение сопоставить динамику развития банковской системы РФ с тенденциями мирового масштаба. В статье [11] представлены результаты применения метода корреляционной адаптометрии к 30 компаниям Великобритании из расчета индекса FTSE 100. В исследовании использовались ежедневные данные с 01.02.2006 г. по 01.06.2009 г. С согласия авторов приведены их расчеты по динамике индекса FTSE 100

на рис. 5 (для увеличения наглядности результатов применялось масштабирование данных, в частности, значения FTSE 100 были уменьшены в 10 раз.)

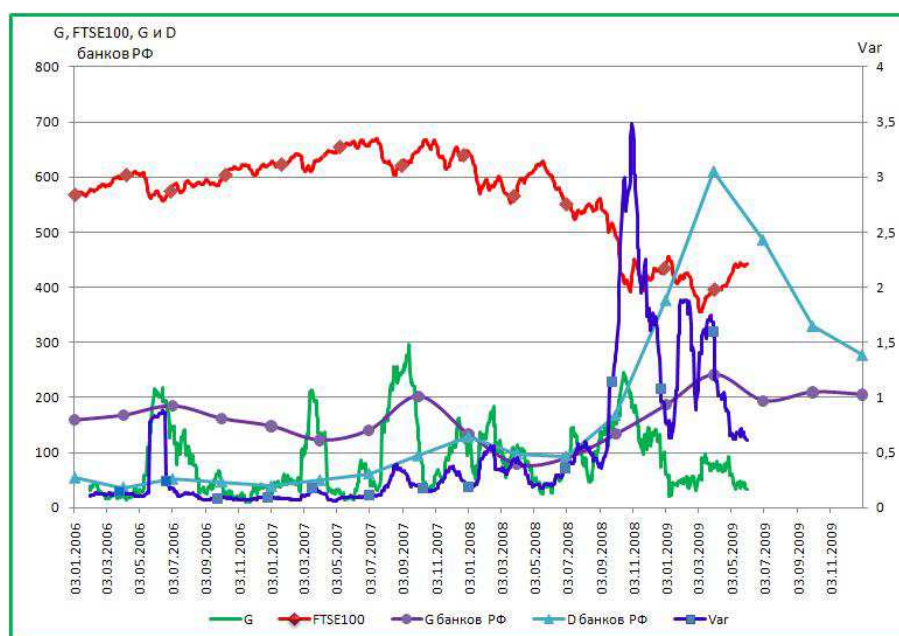


Рис. 5. Динамика корреляций и дисперсии данных российской банковской системы с 03.01.2006 г. по 01.01.2010 г., динамика индекса FTSE 100, веса корреляционного графа ( $G$ ) и дисперсии ( $Var$ ) 30 компаний, входящих в расчет индекса FTSE 100, с 01.02.2006 г. по 01.06.2009 г.

В анализе динамики зарубежных компаний данные взяты по дням, поэтому флуктуации графиков выражены более ярко. В наших же исследованиях используются поквартальные значения показателей, поэтому графики  $G(t)$  и  $D(t)$  — более гладкие кривые. Однако можно заметить, что каждый пик напряженности в российской банковской системе соответствует скачку корреляций и дисперсии крупнейших компаний Великобритании (II квартал 2006 г., III квартал 2007 г., IV квартал 2008 г.).

Такое соответствие позволяет сделать выводы о том, что динамика корреляций и дисперсии данных достоверно диагностировала состояние российской банковской системы исследуемого периода: кроме того, можно заключить, что развитие кризиса в банковской системе РФ повторяет основные мировые тенденции.

## 5. Визуализация корреляционного графа

Корреляционные связи между банками могут быть продемонстрированы наглядно в виде графов, вершинами которых являются банки (номера узлов графа соответствуют регистрационным номерам банков), а ребрами связаны те узлы графа, для которых выполняется следующее условие:

$$r_{ij} > \sigma_r + \langle r \rangle,$$

где  $r_{ij}$  — коэффициент корреляции Пирсона между  $i$ - и  $j$ -м банком,  $\langle r \rangle$  — средний коэффициент корреляции, посчитанный по корреляционным матрицам за все кварталы в совокупности,  $\sigma_r$  — среднеквадратичное отклонение всех коэффициентов корреляции.



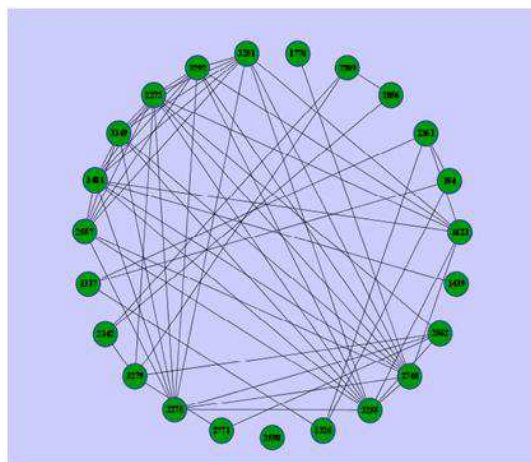


Рис. 6. Корреляционный граф в I квартале 2008 г.

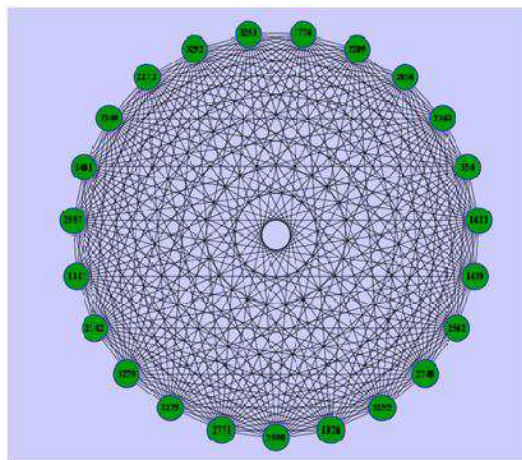


Рис. 7. Корреляционный граф в I квартале 2009 года, в пик кризиса

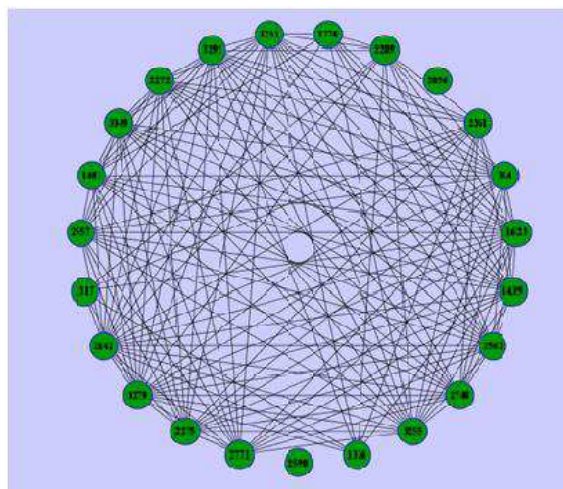


Рис. 8. Корреляционный граф во II квартале 2009 г.

На рис. 6–8 видно, что в период стабильности (I квартал 2008 г.) связей между банками не так много, однако в пик кризиса (I квартал 2009 г.) корреляционный граф становится сильно связанным. Можно предположить, что в период кризиса все банки сталкиваются с одинаковыми проблемами, которые одинаково влияют и отражаются на результатах их деятельности. В период адаптации к кризису (рис. 8) у части банков количество сильных связей исчезает, так как время адаптации к кризису у банков различается. Сократившееся количество связей в графе позволяет увидеть, какие именно банки адаптируются к кризису быстрее (количество сильных связей с другими банками уменьшается), что дает основания для более детального изучения экономического состояния выделившихся банков и их банковской политики в период кризиса.

## 6. Альтернативные теории эффекта

Чем же объясняется данный эффект? В работах [10,11] наблюдаемая динамика корреляций и дисперсий при нагрузке окружающей среды объясняется с помощью идеи оптимизации распределения адаптационного ресурса. Другой подход, изложенный в оригинальной работе [12], использует идею "прижимания к границе области существования". Здесь мы покажем, что второй подход хотя и дает правильное повышение корреляций при росте адаптационного напряжения, в то же самое время предсказывает понижение дисперсий; это соответствует второму варианту развития кризиса, описанному во введении. Однако эту ситуацию очень сложно отследить на реальных данных. На теперешнем этапе нашего исследования пока не удалось обнаружить подтверждение этой гипотезы.

Рассматривается система однородных объектов. Популяцию объектов представим точками  $\vec{X}_1, \vec{X}_2, \dots, \vec{X}_q$ , лежащими в ограниченном множестве  $\Omega \in \mathbb{R}^n$ , где  $\partial\Omega$  — достаточно гладкая граница  $\Omega$ . Каждый объект характеризуется набором  $n$  параметров. Представим, что в рассматриваемом пространстве физиологических параметров выделена "область жизни": если параметры организма находятся внутри области, то особь (объект) чувствует себя нормально, как только значения параметров приближаются к границе, то организм находится в зоне риска, его жизни угрожает опасность. Итак, границу области  $\partial\Omega$  будем считать "границей гибели".

Популяцию, находящуюся в комфортных для себя условиях, будем рассматривать как систему частиц, совершающих случайное блуждание в ограниченной области  $\Omega$ . Пусть вся популяция описывается непрерывной функцией плотности вероятности  $U(x)$ , где  $x \in \Omega$ . Изменение параметров отдельно взятой особи может быть описано непрерывным марковским процессом диффузионного типа. Тогда будем предполагать, что выполняется уравнение Фоккера-Планка

$$\partial_t u = a\Delta u - (\vec{b}, \nabla u), \quad (4)$$

где  $a = \text{const} > 0$  — коэффициент диффузии, характеризует интенсивность случайных блужданий,  $\Delta U = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 U}{\partial x_i^2}$  — оператор Лапласа,  $\nabla U = \left( \frac{\partial U}{\partial x_1}, \frac{\partial U}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial U}{\partial x_n} \right)$ ,  $\vec{b} \in \mathbb{R}^n$  — вектор сноса.

К постановке задачи добавим граничное условие

$$(a\nabla U - \vec{b}U, \vec{\nu})|_{\partial\Omega} = 0, \quad (5)$$

характеризующее непроницаемость границы  $\partial\Omega$ , что соответствует изолированности популяции,  $\vec{\nu}$  — вектор внешней нормали к  $\partial\Omega$ .

Как только на систему объектов начинает давить внешний фактор с интенсивностью  $A$ , все объекты системы перестают двигаться хаотично и их движение приобретает направленный характер, по вектору  $\vec{b}$ . Тем самым возникновение адаптационного напряжения подталкивает точки области к границе  $\partial\Omega$ .

Пусть  $s(\vec{b}) \in \partial\Omega$  — такая точка границы, что вектор нормали  $\vec{\nu}$  в этой точке сонаправлен с вектором  $\vec{b}$ , вся область  $\Omega$  находится по одну сторону от  $s(\vec{b})$ . Такая точка всегда существует и единственная.

Для объяснения эффекта группового стресса нужно исследовать зависимость корреляций и дисперсий параметров объектов от величины вектора сноса  $\vec{b}$ .

В работе [12] рассматривается зависимость коэффициента корреляции между двумя показателями от величины  $A$ . Показано, что при возрастании  $A$  коэффициент корреляции по абсолютной величине будет увеличиваться от 0 до 1.

Выберем прямоугольную систему координат в  $\mathbb{R}^n$  так, чтобы ее начало совпадало с  $s(\vec{b})$ , а вектор  $\vec{b}$  совпадал с отрицательным направлением оси  $Ox_n$ , т.е.  $\vec{b} = (0, \dots, 0, -A)$ . Вблизи

точки  $s(\vec{b})$  аппроксимируем границу  $\partial\Omega$  параболоидом:  $\partial\Omega = \{x : x_n = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i x_i^2 + o(x^2)\}$ ,  $\lambda_i > 0$  для всех  $i$ .

В этой системе координат  $U(x) = V(x_n) = V_0 e^{-\frac{Ax_n}{a}}$  — решение уравнения (4) при условии (5),  $V_0 = \text{const}$ .

Из вида функции плотности заключаем, что при больших  $A$  распределение  $x_n$  приближается показательным распределением, дисперсия которого равна  $\sigma^2 = \frac{a^2}{A^2}$  по общеизвестным формулам. Как видно, с ростом  $A$  дисперсия уменьшается. Следовательно, из теоретических выкладок получаем, что при  $A \rightarrow \infty$  вблизи границы существования дисперсия уменьшается до 0.

Вывод функций плотности по всем переменным  $x_1, x_2, \dots, x_n$  позволяет оценить дисперсии данных по каждой из этих переменных. Получаем, что при больших  $A$  дисперсия  $x_n$ :  $\sigma_{x_n}^2 \sim \frac{a^2}{A^2}$ , а распределение переменных  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  может быть приближено произведением одномерных распределений Гаусса с дисперсиями  $\sigma_{x_i}^2 \sim \frac{a}{A\lambda_i}$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ . Таким образом, сужение в направлении  $x_n$  идет быстрее, чем в остальных направлениях, поэтому облако данных принимает форму "блина". Оно становится все плосче, а диаметр блина в то же самое время стремится к нулю.

Существующие наблюдения эффекта доказывают, что вблизи границы существования дисперсии растут. Данные факты не подтверждают теорию, изложенную в [12].

## Выводы

На основе результатов, приведенных в данной работе, можно сделать следующие выводы:

- Исследование динамики развития банковской системы с помощью метода корреляционной адаптометрии подтвердило эффективность метода и в экономической области.
- Исследование продемонстрировало, что корреляции и дисперсии банков имеют диагностическую силу и могут ясно показать хронологию кризиса.
- Показана зависимость эффекта группового стресса от выбора системы координат, однако при сильном эффекте вероятность выбрать такую систему координат, где эффект исчезнет, крайне мала.
- Метод повышает объективность оценки состояния системы, используя для окончательных выводов аппарат обработки данных. Субъективные мнения экспертов не исключаются полностью (это вряд ли возможно), но используются в первую очередь при выборе данных для анализа.

*Исследования выполнялись в рамках ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 г. (ГК №02.740.11.5086).*

## Список литературы

- [1] F.Longin, B.Solnik, Is the correlation in international equity returns constant: 1960-1990?, *Journal of International Money and Finance*, **14**(1995), №1, 3–26.
- [2] I.Meric, G.Meric, Co-Movements of European Equity Markets before and after the 1987 Crash, *Multinational Finance Journal*, **1**(2)(1997), №1, 137–152.

- [3] S.Drożdż, F.Grümmer, A.Z.Górski, F.Ruf, J.Speth, Dynamics of competition between collectivity and noise in the stock market, *Physica A*, **287**(2000), 440-449.
- [4] R.N.Mantegna, H.E.Stanley, An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance, Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [5] R.N.Mantegna, Hierarchical structure in financial markets, *The European Physical Journal B11*, **1**(1999), 193-197.
- [6] J.-P.Onnela, A.Chakraborti, K.Kaski, J.Kertesz, A.Kanto, Dynamics of market correlations: Taxonomy and portfolio analysis, *Physical Review E*, **68**(2003), 056110.
- [7] А.Н.Горбань, В.Т.Манчук, Е.В.Петушкова, Динамика корреляций между физиологическими параметрами при адаптации и эколого-эволюционный принцип полифакториальности, *Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем*, Л., Гидрометеиздат, **10**(1987), 187-198.
- [8] Е.В.Смирнова, Математическое моделирование адаптации к экстремальным условиям, эффект группового стресса и корреляционная адаптометрия. Дис. ... докт. ф.-м. наук. Красноярск, 2000, 268 с.
- [9] Г.Н.Светличная, Е.В.Смирнова, Л.И.Покидышева, Корреляционная адаптометрия как метод оценки кардиоваскулярного и респираторного взаимодействия, *Физиология человека*, **23**(1997), №3, 58-62.
- [10] A.N.Gorban, E.V.Smirnova, T.A.Tyukina, General Laws of Adaptation to Environmental Factors: from Ecological Stress to Financial Crisis, *Math. Model. Nat. Phenom.*, **4**(2009), №6, 1-53.
- [11] A.N.Gorban, E.V.Smirnova, T.A.Tyukina, Correlations, risk and crisis: From physiology to finance, *Physica A*, (2010), doi:10.1016/j.physa.2010.03.035
- [12] В.Н.Разжевайкин, М.И.Шпитонков, Модельное обоснование корреляционной адаптометрии с применением методов эволюционной оптимальности, *Журнал вычислительной математики и математической физики*, **3**(2003), №2, 308-320.

## Correlation Analysis of the Russian Banking System under Adaptation to Economical Crisis in 2007-2008 Years

Alevtina N. Krasnenko  
Elena V. Pokidysheva  
Kseniya Yu. Veretnova  
Tatyana A. Tyukina

---

*We study dynamics of the Russian banking system in 2007-2009 years using the method of correlation adaptometry. The results are tofold:*

*1. Analysis of the data proves that dynamics of correlation may serve as an indicator of economical crisis in this sector too.*

*2. Development of crisis in the Russian banking system follows the main world tendensies.*

*Keywords: correlations, adaptation, effect of group stress.*